

Wymagania edukacyjne z matematyki dla zakresu rozszerzonego

I. ZBIORY LICZBOWE, LICZBY RZECZYWISTE

1	Zbiór. Działania na zbiorach
2	Zbiory liczbowe. Oś liczbową
3	Prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych
4	Przedziały
5	Zbiór liczb naturalnych i zbiór liczb całkowitych
6	Przypomnienie i uzupełnienie wiadomości o równaniach
7	Rozwiązywanie równań metodą równań równoważnych
8	Nierówność z jedną niewiadomą. Rozwiązywanie nierówności metodą nierówności równoważnych
9	Procenty i punkty procentowe

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna takie pojęcia, jak: zbiór pusty, zbiory równe, podzbiór zbioru, zbiór skończony, nieskończony;
- zna symbolikę matematyczną dotyczącą zbiorów (należy/nie należy, zawiera się);
- potrafi podać przykłady zbiorów (w tym przykłady zbiorów skończonych oraz nieskończonych);
- potrafi określić relację pomiędzy elementem i zbiorem;
- zna symboliczne oznaczenia zbiorów liczbowych;
- potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną podzbiorów zbioru liczb rzeczywistych: N , Z , Q , $R-Q$;
- zna pojęcia: liczby naturalnej, całkowitej, wymiernej, niewymiernej;
- potrafi rozróżnić liczby naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne;
- potrafi przedstawić liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego i w postaci rozwinięcia dziesiętnego;
- umie zamienić ułamek o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym na ułamek zwykły;
- potrafi zaznaczać liczby wymierne na osi liczbowej;
- zna definicję wartości bezwzględnej;
- umie obliczyć wartość bezwzględną liczby;
- potrafi wskazać liczby pierwsze i liczby złożone;
- zna i potrafi stosować cechy podzielności liczb naturalnych (przez 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10);
- potrafi rozłożyć liczbę naturalną na czynniki pierwsze;
- potrafi wyznaczyć największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb naturalnych;
- rozumie pojęcie przedziału;
- rozpoznaje przedziały ograniczone i nieograniczone;
- zna i rozumie pojęcie przedziału otwartego i domkniętego;

- potrafi zapisać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami;
- wie, co to jest równanie z jedną niewiadomą;
- wie, co to jest nierówność z jedną niewiadomą;
- potrafi obliczyć procent danej liczby, a także wyznaczyć liczbę, gdy dany jest jej procent;
- potrafi obliczyć, jakim procentem danej liczby jest druga dana liczba;
- potrafi określić, o ile procent dana wielkość jest większa (mniejsza) od innej wielkości;
- potrafi posługiwać się procentem w prostych zadaniach tekstowych (w tym wzrosty i spadki cen, podatki, kredyty i lokaty);

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi określać relacje pomiędzy zbiorami (równość zbiorów, zawieranie się zbiorów, rozłączność zbiorów);
- zna definicję sumy, iloczynu, różnicy zbiorów;
- potrafi wyznaczać sumę, iloczyn i różnicę zbiorów skończonych;
- potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb naturalnych;
- zna definicję liczby całkowitej parzystej oraz nieparzystej;
- potrafi sprawnie wykonywać działania na ułamkach zwykłych i na ułamkach dziesiętnych;
- zna i stosuje w obliczeniach kolejność działań i prawa działań w zbiorze liczb rzeczywistych;
- potrafi porównywać liczby rzeczywiste;
- potrafi podać liczbę przeciwną oraz odwrotną do danej;
- potrafi zaznaczyć przedział na osi opisany za pomocą warunków;
- potrafi wyznaczyć sumę, różnicę oraz część wspólną przedziałów;
- potrafi sprawdzić, czy dana liczba należy do przedziału;
- wie, jakie równanie nazywamy równaniem sprzecznym, a jakie równaniem tożsamościowym;
- wie, jaką nierówność nazywamy sprzeczną, a jaką nierównością tożsamościową;
- zna twierdzenia pozwalające przekształcać w sposób równoważny równania i nierówności;
- potrafi rozwiązywać równania z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych;
- potrafi rozwiązywać nierówności z jedną niewiadomą metodą nierówności równoważnych;
- potrafi odczytywać dane w postaci tabel i diagramów, a także przedstawiać dane w postaci diagramów procentowych;
- potrafi odczytywać dane przedstawione w tabeli lub na diagramie i przeprowadzać analizę procentową przedstawionych danych;
- potrafi szacować wartości wyrażeń;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi sprawnie posługiwać się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów;
- wyznaczać sumy, różnice i iloczyny więcej niż dwóch zbiorów;
- potrafi podać przykłady zbiorów A i B, jeśli dana jest suma, iloczyn albo różnica tych zbiorów;
- zna pojęcie dopełnienia zbioru i potrafi zastosować je w działaniach na zbiorach;
- zna definicję liczb względnie pierwszych;
- zna i stosuje w obliczeniach zależność dotyczącą liczb naturalnych różnych od zera $NWD(a,b) \cdot NWW(a,b) = a \cdot b$;
- potrafi wykonać dzielenie z resztą w zbiorze liczb całkowitych ujemnych;

- potrafi podać zapis symboliczny wybranych liczb, np. liczby parzystej, liczby nieparzystej, liczby podzielnej przez daną liczbę całkowitą, wielokrotności danej liczby; zapis liczby, która w wyniku dzielenia przez daną liczbę całkowitą daje wskazaną resztę;
- potrafi podać przykład równania sprzecznego oraz równania tożsamościowego;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- rozumie zmiany bankowych stóp procentowych i umie wyrażać je w punktach procentowych (oraz bazowych);
- wykonywać działania na więcej niż dwóch przedziałach liczbowych;
- potrafi wskazać przykład nierówności sprecznej oraz nierówności tożsamościowej;
- wie, kiedy dwa równania (dwie nierówności) są równoważne i potrafi wskazać równania (nierówności) równoważne;
- umie podać część całkowitą każdej liczby rzeczywistej i część ułamkową liczby wymiernej;
- potrafi oszacować wartość liczby niewymiernej;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi stosować działania na zbiorach do wnioskowania na temat własności tych zbiorów;
- potrafi rozwiązywać zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące własności liczb rzeczywistych

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

1	Potęga o wykładniku naturalnym
2	Pierwiastek arytmetyczny. Pierwiastek stopnia nieparzystego z liczby ujemnej
3	Działania na wyrażeniach algebraicznych
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 2.
5	Potęga o wykładniku całkowitym ujemnym
6	Potęga o wykładniku wymiernym
7	Potęga o wykładniku rzeczywistym
8	Określenie logarytmu.
9	Zastosowania logarytmów
10	Zdanie. Zaprzeczenie zdania
11	Zdania złożone. Zaprzeczenia zdań złożonych
12	Definicja. Twierdzenie. Dowód twierdzenia
13	Przekształcanie wzorów
14	Średnie

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna pojęcia: jednomianu, jednomianów podobnych, wyrażenia algebraicznego;
- rozumie zasadę redukowania wyrazów podobnych;
- potrafi dodawać i odejmować sumy algebraiczne;
- potrafi mnożyć sumy algebraiczne przez jednomiany;
- obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- sprowadza wyrażenia algebraiczne do najprostszej postaci i oblicza ich wartości dla podanych wartości zmiennych;
- potrafi wyłączać wspólny czynnik z różnych wyrażeń;
- potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;
- zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;
- zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;
- potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- potrafi dowodzić proste twierdzenia;
- potrafi odróżnić zdanie logiczne od innej wypowiedzi;
- umie określić wartość logiczną zdania prostego;
- zna pojęcia kwantyfikatora ogólnego i kwantyfikatora szczegółowego;
- potrafi uzasadnić fałsz zdania prostego poprzedzonego kwantyfikatorem ogólnym (podać kontrprzykład);
- potrafi zanegować zdanie proste i określić wartość logiczną zdania zanegowanego;
- potrafi wyznaczyć ze wzoru wskazaną zmienną;
- zna pojęcie średniej arytmetycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;
- zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;
- zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;
- zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;
- zna i rozumie twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi, zamianie podstawy logarytmu

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- zna metodę grupowania wyrazów;
- potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, stosując metodę grupowania wyrazów w sytuacjach typowych;
- potrafi sprawnie posługiwać się wzorami skróconego mnożenia:
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- wykonuje działania na wyrażeniach, które zawierają wymienione wzory skróconego mnożenia;
- potrafi usuwać niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia (różnicę kwadratów dwóch wyrażeń);
- potrafi przeprowadzić dowód niewymierności $\sqrt{2}$;
- usunąć niewymierność z mianownika, który jest pierwiastkiem kwadratowym;
- usunąć niewymierność z mianownika, który jest sumą lub różnicą zawierającą w zapisie pierwiastek kwadratowy;
- potrafi rozpoznać zdania w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań;

- potrafi zbudować zdania złożone w postaci koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności zdań z danych zdań prostych;
- potrafi określić wartości logiczne zdań złożonych, takich jak koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań;
- potrafi odróżnić definicję od twierdzenia;
- zna prawa De Morgana (prawo negacji alternatywy oraz prawo negacji koniunkcji) i potrafi je stosować;
- zna zasadę dowodzenia wprost;
- zna pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej i średniej geometrycznej liczb oraz potrafi obliczyć te średnie dla podanych liczb;
- potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;
- potrafi zamienić podstawę logarytmu;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi mnożyć sumy algebraiczne;
- potrafi budować i nazywać wyrażenia algebraiczne o złożonej konstrukcji;
- potrafi rozłożyć wyrażenia na czynniki metodą grupowania wyrazów lub za pomocą wzorów skróconego mnożenia;
- sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;
- sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;
- sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
- potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;
- potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem wprost;
- potrafi dowodzić twierdzenia, posługując się dowodem nie wprost;
- potrafi symbolicznie zapisać zdanie z kwantyfikatorem;
- potrafi ocenić wartość logiczną prostego zdania z kwantyfikatorem;
- potrafi podać zaprzeczenie prostego zdania z kwantyfikatorem;
- potrafi podać kontrprzykład, jeśli twierdzenie jest fałszywe;
- potrafi budować zdania złożone i oceniać ich wartości logiczne;
- potrafi wnioskować o wartościach zdań składowych wybranych zdań złożonych na podstawie informacji o wartościach logicznych zdań złożonych;
- sprawnie przekształca wzory matematyczne, fizyczne i chemiczne;
- zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;
- rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu
- potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi zapisać wyrażenie algebraiczne w postaci iloczynu sum algebraicznych, w sytuacjach wymagających nietypowego pogrupowania wyrazów;
- potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;
- potrafi przeprowadzić dowód niewymierności $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \dots$;
- porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;
- zna prawo negacji implikacji i potrafi je stosować w praktyce;
- potrafi, na podstawie implikacji prostej, utworzyć implikację odwrotną, przeciwną oraz przeciwstawną;

- wie, że równoważne są implikacje: prosta i przeciwstawna oraz odwrotna i przeciwna;
- potrafi negować zdania złożone;
- rozumie budowę twierdzenia matematycznego; potrafi wskazać jego założenie i tezę;
- zna zasadę dowodzenia nie wprost;
- potrafi przeprowadzić dowód prostych twierdzeń np. dotyczących podzielności liczb, wyrażeń algebraicznych;
- potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń zapisanych w postaci równoważności;
- potrafi wykonywać przekształcenia wzorów wymagające skomplikowanych operacji;
- stosuje średnią arytmetyczną, średnią ważoną i średnią geometryczną w zadaniach tekstowych
- potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych;
- potrafi sprawnie działać na wyrażeniach zawierających potęgi i pierwiastki z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- potrafi sprawnie rozkładać wyrażenia zawierające potęgi i pierwiastki na czynniki, stosując jednocześnie wzory skróconego mnożenia i metodę grupowania wyrazów;
- potrafi rozwiązywać niestandardowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem potęg o wykładnikach całkowitych;
- potrafi stosować wiadomości z logiki do wnioskowania matematycznego;
- potrafi przeprowadzać dowody twierdzeń o niestandardowej treści;
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;

III. FUNKCJE I ICH WŁASNOŚCI.

1	Pojęcie funkcji. Funkcja liczbowa. Sposoby opisywania funkcji
2	Wykres funkcji
3	Dziedzina funkcji liczbowej
4	Zbiór wartości funkcji liczbowej. Najmniejsza i największa wartość funkcji
5	Miejsce zerowe funkcji
6	Monotoniczność funkcji
7	Funkcje różnowartościowe
8	Funkcje parzyste i nieparzyste
9	Odczytywanie własności funkcji na podstawie jej wykresu. Szkicowanie wykresów funkcji o zadanych własnościach

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- potrafi odróżnić funkcję od innych przyporządkowań;
- potrafi podać przykład funkcji;

- potrafi opisywać funkcje na różne sposoby: wzorem, tabelką, grafem, opisem słownym;
- potrafi naszkicować wykres funkcji liczbowej określonej słownie, grafem, tabelką, wzorem;
- potrafi odróżnić wykres funkcji od krzywej, która wykresem funkcji nie jest;
- potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem (w prostych przypadkach);
- potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji liczbowej (w prostych przypadkach);
- potrafi obliczyć wartość funkcji liczbowej dla danego argumentu, a także obliczyć argument funkcji, gdy dana jest jej wartość;
- potrafi określić zbiór wartości funkcji w prostych przypadkach (np. w przypadku, gdy dziedzina funkcji jest zbiorem skończonym);

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi na podstawie wykresu funkcji liczbowej odczytać jej własności, takie jak:
 - a) dziedzina funkcji
 - b) zbiór wartości funkcji
 - c) miejsce zerowe funkcji
 - d) argument funkcji, gdy dana jest wartość funkcji
 - e) wartość funkcji dla danego argumentu
 - f) przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała
 - g) zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne, niedodatnie, nieujemne
 - h) najmniejszą oraz największą wartość funkcji;
- potrafi interpretować informacje na podstawie wykresów funkcji lub ich wzorów (np. dotyczące różnych zjawisk przyrodniczych, ekonomicznych, socjologicznych, fizycznych);
- potrafi przetwarzać informacje dane w postaci wzoru lub wykresu funkcji;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi podać argumenty, dla których wartości funkcji spełniają określone warunki;
- potrafi określić dziedzinę funkcji liczbowej danej wzorem w przypadku, gdy wyznaczenie dziedziny funkcji wymaga rozwiązania koniunkcji warunków, dotyczących mianowników lub pierwiastków stopnia drugiego, występujących we wzorze;
- potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji opisanej wzorem;
- potrafi stosować wiadomości o funkcji do opisywania zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym;
- potrafi podać opis matematyczny prostej sytuacji w postaci wzoru funkcji;
- potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;
- potrafi naszkicować wykres funkcji o zadanych własnościach;
- potrafi (na podstawie definicji) udowodnić, że funkcja jest rosnąca (malejąca) w danym zbiorze;
- zna definicję funkcji parzystej oraz nieparzystej;
- potrafi zbadać na podstawie definicji parzystość (nieparzystość) danej funkcji;
- potrafi dopasować wykres funkcji do jej opisu słownego;
- rozwiązywać zadania praktyczne z zastosowaniem własności funkcji;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi (na podstawie definicji) wykazać różnowartościowość danej funkcji;
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące własności funkcji;

IV. FUNKCJA LINIOWA

1	Proporcjonalność prosta
2	Funkcja liniowa. Wykres i miejsca zerowe funkcji liniowej
3	Znaczenie współczynnika kierunkowego we wzorze funkcji liniowej
4	Własności funkcji liniowej – zadania różne
5	Zastosowanie własności funkcji liniowej w zadaniach praktycznych

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;
- potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;
- zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;
- potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);
- potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
- potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);
- potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
- potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;
- zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);
- potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
- potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY ;
- potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
- potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
- potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;

- potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;
- potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt należący do jej wykresu;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;
- rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
- potrafi sporządzić wykresy wybranych funkcji i omówić ich własności;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

V. UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI

1	Równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
2	Układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi. Graficzne rozwiązywanie układów równań
3	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą podstawiania
4	Rozwiązywanie układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi metodą przeciwnych współczynników
5	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna pojęcie równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- wie, że wykresem równania pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi jest prosta;
- zna pojęcie układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- zna rozumie pojęcie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- zna metody rozwiązywania układów równań liniowych: podstawiania i przeciwnych współczynników;

- potrafi rozwiązywać algebraicznie (metodą przez podstawienie oraz metodą przeciwnych współczynników) układy dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- potrafi sprawdzić, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań liniowych;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych;
- zna pojęcia: układ oznaczony, nieoznaczony, sprzeczny i umie podać ich interpretację geometryczną;
- umie rozpoznać układy równań: oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;
- potrafi opisać zbiór rozwiązań układu nieoznaczonego;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi opisywać treści zadań problemowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi wyznaczać wartość parametru, aby rozwiązaniem układu była wskazana para liczb;
- potrafi przedstawić ilustrację graficzną układu równań oznaczonych, nieoznaczonych, sprzecznych;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi opisywać treści zadań niestandardowych za pomocą układów równań oraz przedstawiać ich rozwiązania;
- potrafi rozwiązać układy trzech (i więcej) układów równań liniowych z trzema (czterema) niewiadomymi;
- potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego podany układ równań jest oznaczony, nieoznaczony albo sprzeczny;

VI. PODSTAWOWE WŁASNOŚCI WYBRANYCH FUNKCJI

1	Funkcja kwadratowa
2	Funkcja kwadratowa – zastosowania
3	Proporcjonalność odwrotna
4	Funkcja wykładnicza
5	Funkcja logarytmiczna

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;
- zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;
- potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;
- potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
- potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;
- zna i rozumie pojęcie wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
- wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną;
- potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;
- rozumie różnice pomiędzy wielkościami wprost proporcjonalnymi a wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- potrafi rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne;
- zna definicję funkcji wykładniczej;
- potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji;
- potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;
- potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- zna definicję funkcji logarytmicznej;
- potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;
- potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
- potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
- potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
- potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
- rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej;
- potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
- potrafi narysować wykres funkcji;
- potrafi opisać własności funkcji;
- potrafi porównać potęgi o tych samych podstawach i wykładnikach rzeczywistych;
- potrafi obliczać wartość funkcji wykładniczej dla danego argumentu;
- potrafi odczytać z wykresu funkcji wykładniczej argumenty dla danej wartości funkcji;
- potrafi rozwiązywać proste zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje funkcję logarytmiczną;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.
- potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem wielkości odwrotnie proporcjonalnych;
- potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- potrafi rozwiązywać zadania niestandardowe z kontekstem praktycznym z zastosowaniem funkcji logarytmicznej;
- posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
- potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące proporcjonalności odwrotnej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.
- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych (wykładniczych i logarytmicznych).
- potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji logarytmicznych (wykładniczych i logarytmicznych)

VII. GEOMETRIA PŁASKA – POJĘCIA WSTĘPNE, TRÓJKĄTY

1	Punkt, prosta, odcinek, półprosta, kąt, figura wypukła, figura ograniczona
2	Wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie, odległość punktu od prostej, odległość między prostymi równoległymi, symetralna odcinka, dwusieczna kąta
3	Dwie proste przecięte trzecią prostą. Suma kątów w trójkącie
4	Wielokąt. Wielokąt foremny. Suma kątów w wielokącie
5	Twierdzenie Talesa
6	Podział trójkątów. Nierówność trójkąta. Odcinek łączący środki dwóch boków w trójkącie
7	Twierdzenie Pitagorasa. Twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa
8	Wysokości w trójkącie. Środkowe w trójkącie
9	Przystawanie trójkątów
10	Podobieństwo trójkątów
11	Podobieństwo trójkątów – zastosowanie w zadaniach

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;
- zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;
- zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;
- zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
- zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;
- zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;
- umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;
- rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;
- zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań;
- umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;
- zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;
- potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;
- potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;
- wie, ile wynosi suma miar kątów w trójkącie;
- zna warunek na długość odcinków, z których można zbudować trójkąt;
- zna twierdzenie dotyczące odcinka łączącego środki dwóch boków trójkąta i potrafi je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie Pitagorasa i umie je zastosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i wykorzystuje je do sprawdzenia, czy dany trójkąt jest prostokątny;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
- zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
- zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
- umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
- umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
- zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;

- zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
- zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
- umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;
- zna definicję wielokąta;
- zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;
- wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;
- potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;
- potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;
- zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;
- potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
- zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
- potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
- potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
- potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
- potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
- potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
- potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa);
- zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);
- wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
- potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
- zna prawa dotyczące działań na wektorach;
- potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
- zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
- umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia;

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
- potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
- potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;
- potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

VIII. TRYGNOMETRIA KĄTA OSTREGO cz. I

1	Określenie sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa w trójkącie prostokątnym
2	Wartości sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa kątów 30° , 45° , 60°
3	Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
- potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
- potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
- zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
- zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
- potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;
- potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;
- potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
- potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

IX. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)
6	Szkiecowanie wykresów wybranych funkcji
7	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)
<ul style="list-style-type: none"> • zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none">• potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
<ul style="list-style-type: none">• potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none">• umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$, $y = f(x - p)$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
<ul style="list-style-type: none">• potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
<ul style="list-style-type: none">• zna prawa dotyczące działań na wektorach;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none">• potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

X. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną
9	Równanie liniowe z parametrem
10	Nierówność liniowa z parametrem
11	Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem
12	Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną
• potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby
• umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami
• rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a = b$
• zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a = b$, $ x - a < b$, $ x - a > b$
• potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
• potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność

- wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość

Poziom R

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

- rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
- rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

XI. FUNKCJA KWADRATOWA

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
11	Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
12	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
13	Wzory Viete’a
14	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
15	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

Poziom (K)Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$, gdzie $a \neq 0$, oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, gdzie $a \neq 0$</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieją)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$</i>

Poziom (P)Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;</i>

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;

Poziom R

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

XII. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty

4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;
<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
<ul style="list-style-type: none"> zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;
<ul style="list-style-type: none"> rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,
<ul style="list-style-type: none"> umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;
<ul style="list-style-type: none"> zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;
<ul style="list-style-type: none"> zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;
<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie o stycznej do okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie o odcinkach stycznych;
<ul style="list-style-type: none"> umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
<ul style="list-style-type: none"> posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;
<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie o stycznej i siecznej;

<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie o cięciwach;
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
<ul style="list-style-type: none"> • zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
<ul style="list-style-type: none"> • umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
<ul style="list-style-type: none"> • umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
<ul style="list-style-type: none"> • zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;

<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję wielokąta;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;
<ul style="list-style-type: none"> • wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;
<ul style="list-style-type: none"> • zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
<ul style="list-style-type: none"> • umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
<ul style="list-style-type: none"> • umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
<ul style="list-style-type: none"> • umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

XIII. TRYGONOMETRIA cz. II

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne

3	Wybrane wzory redukcyjne
4	Kąt skierowany. Miara łukowa kąta
5	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
6	Wykresy funkcji trygonometrycznych

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
<ul style="list-style-type: none"> zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30°, 45°, 60°;
<ul style="list-style-type: none"> zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta
<ul style="list-style-type: none"> zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$; $180^\circ \pm \alpha$;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°;
<ul style="list-style-type: none"> zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
<ul style="list-style-type: none"> umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo :

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;</i>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;</i>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.</i>

XIV. GEOMETRIA ANALITYCZNA cz. I

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej

4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

Poziom (K)

- Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję równania ogólnego prostej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
<ul style="list-style-type: none"> • zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;

<ul style="list-style-type: none"> • umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo :

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>zna prawa dotyczące działań na wektorach;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

XV. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKATÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie sinusów;
<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie cosinusów;
<ul style="list-style-type: none"> rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
<ul style="list-style-type: none"> zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;
<ul style="list-style-type: none"> zna twierdzenie o polach figur podobnych;
<ul style="list-style-type: none"> zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;
<ul style="list-style-type: none"> wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;

- umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo :

- | |
|---|
| • potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; |
| • potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; |
| • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; |
| • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; |

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- | |
|---|
| • potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; |
| • rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.); |
| • potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. |

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

- | |
|--|
| • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| • potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |

XVI. WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
5	Podzielność wielomianów
6	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera
7	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1

8	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
9	Pierwiastki wymierne wielomianu
10	Pierwiastek wielokrotny
11	Rozkład wielomianu na czynniki
12	Równania wielomianowe
13	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
14	Równania wielomianowe z parametrem
15	Funkcje wielomianowe
16	Nierówności wielomianowe

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;
• potrafi wskazać jednomiany podobne;
• potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;
• potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);
• potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;
• potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia
• potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;
• potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;
• potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;
• rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;
• potrafi rozpoznać wielomiany równe;
• zna następujące wzory skróconego mnożenia:
• $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
• $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
• $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$;
• zna wzór $a^n - b^n$
• potrafi podzielić wielomian przez dwumian
• potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;
• potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;
• zna twierdzenie Bezouta;
• zna twierdzenie o reszcie;

- potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

• potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;
• potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
• sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;
• potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)
• potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$
• potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;
• potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
• potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
• potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
• potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;
• potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
• potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;
• potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo :

• potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;
• potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;
• rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany;
• stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań;
• przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;
• potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;

<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów
<p>potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;</p>

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>zna prawa dotyczące działań na wektorach;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(R) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;</i>
--

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

XVII. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

1	Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych.
2	Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych
3	Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych
4	Działania na ułamkach algebraicznych
5	Równania wymierne
6	Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
7	Nierówności wymierne
8	Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb
9	Funkcja homograficzna

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję równania wymiernego
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste równania wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję nierówności wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> • wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej

<ul style="list-style-type: none"> zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$
<ul style="list-style-type: none"> potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie
<ul style="list-style-type: none"> potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową)
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod

XVIII. CIĄGI

1	Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów
2	Monotoniczność ciągów
3	Ciąg arytmetyczny
4	Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
5	Ciąg geometryczny
6	Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
7	Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne
8	Lokaty pieniężne i kredyty bankowe
9	Granica ciągu liczbowego
10	Obliczanie granic ciągów zbieżnych
11	Wybrane własności ciągów zbieżnych
12	Ciągi rozbieżne do nieskończoności
13	Szereg geometryczny

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję ciągu arytmetycznego
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę
<ul style="list-style-type: none"> zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;
<ul style="list-style-type: none"> zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
<ul style="list-style-type: none"> zna definicję ciągu geometrycznego;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych
<ul style="list-style-type: none"> potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz
<ul style="list-style-type: none"> zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;
<ul style="list-style-type: none"> zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;
<ul style="list-style-type: none"> oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji
<ul style="list-style-type: none"> rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;
<ul style="list-style-type: none"> zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);
<ul style="list-style-type: none"> potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;
<ul style="list-style-type: none"> zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;
<ul style="list-style-type: none"> sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
<ul style="list-style-type: none"> bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;
<ul style="list-style-type: none"> stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne);
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza oprocentowanie lokaty
<ul style="list-style-type: none"> • określa okres oszczędzania
<ul style="list-style-type: none"> • bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • określa monotoniczność ciągu geometrycznego
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach
--

XIX. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

1	Reguła mnożenia i reguła dodawania
2	Wariacje
3	Permutacje
4	Kombinacje

5	Kombinatoryka – zadania różne
6	Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala

Poziom **(K)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji;
<ul style="list-style-type: none"> zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;
<ul style="list-style-type: none"> zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;
<ul style="list-style-type: none"> stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek
<ul style="list-style-type: none"> przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia
<ul style="list-style-type: none"> wypisuje permutacje danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru
<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń
<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami

Poziom **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona
<ul style="list-style-type: none"> w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona

Poziom **(R)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji
--

- rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

- oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów
- prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki
- prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

- potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki

XX. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

1	Podział czworokątów. Trapezoidy
2	Trapezy
3	Równoległoboki
4	Okrąg opisany na czworokącie
5	Okrąg wpisany w czworokąt
6	Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie
7	Podobieństwo. Czworokąty podobne

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

- zna podział czworokątów;
- potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;
- wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;
- zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;
- potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;
- zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
- wie, jakie własności ma romb;
- zna własności prostokąta i kwadratu;
- wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;
- zna własności deltoиду;
- rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;

<ul style="list-style-type: none"> zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg;
<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie definicję podobieństwa;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wskazać figury podobne;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;
<ul style="list-style-type: none"> korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.)
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.
<ul style="list-style-type: none"> umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;
<ul style="list-style-type: none"> korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów.

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące geometrii płaskiej |
|--|

XXI. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKATA

1	Pole prostokąta Pole kwadratu
2	Pole równoległoboku. Pole rombu
3	Pole trapezu
4	Pole czworokąta
5	Pola figur podobnych
6	Mapa. Skala mapy

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• zna twierdzenie o polach figur podobnych;
<ul style="list-style-type: none">• zna twierdzenie sinusów;
<ul style="list-style-type: none">• zna twierdzenie cosinusów;
<ul style="list-style-type: none">• rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
<ul style="list-style-type: none">• zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;
<ul style="list-style-type: none">• zna twierdzenie o polach figur podobnych;
<ul style="list-style-type: none">• zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;
<ul style="list-style-type: none">• wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań
<ul style="list-style-type: none">• potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none">• zna wzory na pole równoległoboku;
<ul style="list-style-type: none">• zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;
<ul style="list-style-type: none">• zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; |
|--|

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie;
<ul style="list-style-type: none"> • zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie).

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

XXII. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

1	Granica funkcji w punkcie
2	Obliczanie granicy funkcji w punkcie
3	Granice jednostronne funkcji w punkcie
4	Granica funkcji w nieskończoności
5	Granica niewłaściwa funkcji
6	Pochodna funkcji w punkcie
7	Funkcja pochodna
8	Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej
9	Styczna do wykresu funkcji
10	Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji
11	Ekstrema lokalne funkcji
12	Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale
13	Zadania optymalizacyjne

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w nieskończoności
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie

<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów
<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiore)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach
<ul style="list-style-type: none"> • zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
<ul style="list-style-type: none"> • wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

• potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji
• potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań
• potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk
• potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

• rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;

XXIII. TRYGONOMETRIA cz. III

1	Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych
2	Równania trygonometryczne
3	Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy
4	Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
5	Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

• zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;
• potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;
• potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;
• zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30° , 45° , 60° ;
• wie co to jest miara łukowa kąta;
• potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie
• zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
• umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;
• potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta
• zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
• zna wzory redukcyjne;

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$;
<ul style="list-style-type: none"> • zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y=ax$
<ul style="list-style-type: none"> • umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste równania korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobłą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;
<ul style="list-style-type: none"> • wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkocować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;

Poziom (W)

- Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania

XXIV. GEOMETRIA ANALITYCZNA cz. II

1	Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka
2	Proste w układzie współrzędnych
3	Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi
4	Pole trójkąta. Pole wielokąta
5	Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu
6	Wzajemne położenie dwóch okręgów
7	Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)
<ul style="list-style-type: none"> • zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;
<ul style="list-style-type: none"> • zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców

<ul style="list-style-type: none"> zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);
<ul style="list-style-type: none"> zna definicję równania ogólnego prostej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
<ul style="list-style-type: none"> zna warunek równoległości oraz prostokątności prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
<ul style="list-style-type: none"> rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
<ul style="list-style-type: none"> zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować warunek równoległości oraz prostokątności prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);

- potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;

XXV. FUNKCJA WYKŁADNICZA

1	Funkcja wykładnicza i jej własności
2	Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
3	Równania wykładnicze
4	Nierówności wykładnicze
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;
<ul style="list-style-type: none">• zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;
<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
<ul style="list-style-type: none">• stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań
<ul style="list-style-type: none">• zna definicję funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none">• potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji
<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów
<ul style="list-style-type: none">• potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw
<ul style="list-style-type: none">• potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (S_{0x}, S_{0y}, $S(0,0)$), przesunięcie równoległe o dany wektor)
<ul style="list-style-type: none">• potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu
<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej
<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze
<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;
<ul style="list-style-type: none">• zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;
<ul style="list-style-type: none">• zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;
<ul style="list-style-type: none">• stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań
<ul style="list-style-type: none">• zna definicję funkcji wykładniczej
<ul style="list-style-type: none">• potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi porównywać potęgi
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń)

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>sprawnie wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi wylądzać wspólną potęgę poza nawias;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności funkcji
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji (np. liniową)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.)

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą nierówności wykładniczych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych

XXVI. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

1	Funkcja logarytmiczna
2	Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
3	Równania logarytmiczne
4	Nierówności logarytmiczne
5	Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;
<ul style="list-style-type: none"> • zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy
<ul style="list-style-type: none"> • zna definicję funkcji logarytmicznej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (S_{Ox}, S_{Oy}, $S(0,0)$, przesunięcie równoległe o dany wektor);

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi zamienić podstawę logarytmu;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>podaje odpowiednie założenia dla podstawy oraz liczby logarytmowanej</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej, gdy dany jest punkt należący do wykresu</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.)</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.</i>

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">• <i>zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności, układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych;</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych</i>
<ul style="list-style-type: none">• <i>potrafi rozwiązywać nierówności łączące funkcję logarytmiczną oraz inny typ funkcji (np. liniową)</i>

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności logarytmicznych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi interpretować graficznie równania logarytmiczne z parametrem
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą nierówności logarytmicznych
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.</i>
<ul style="list-style-type: none"> • <i>potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;</i>
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej

1	Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2	Średnia z próby
3	Mediana z próby i moda z próby.

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna)
<ul style="list-style-type: none"> zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej
<ul style="list-style-type: none"> potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów
<ul style="list-style-type: none"> potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.
<ul style="list-style-type: none"> potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
<ul style="list-style-type: none"> potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów
<ul style="list-style-type: none"> potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami
<ul style="list-style-type: none"> wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje w zadaniach średnią ważoną

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.
<ul style="list-style-type: none"> oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona
<ul style="list-style-type: none"> potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne

XXVIII. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

1	Doświadczenie losowe
2	Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
3	Określenie prawdopodobieństwa
4	Prawdopodobieństwo klasyczne
5	Doświadczenie losowe wieloetapowe
6	Prawdopodobieństwo warunkowe
7	Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa
8	Niezależność zdarzeń
9	Schemat Bernoulliego

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się;
<ul style="list-style-type: none">potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;
<ul style="list-style-type: none">zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;
<ul style="list-style-type: none">zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa
<ul style="list-style-type: none">umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
<ul style="list-style-type: none">zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego
<ul style="list-style-type: none">potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się
<ul style="list-style-type: none">zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite
<ul style="list-style-type: none">potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym
<ul style="list-style-type: none">wie, jakie zdarzenia nazywamy niezależnymi; potrafi zbadać, posługując się definicją, czy dwa zdarzenia są niezależne;

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none">potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące niezależności zdarzeń.
<ul style="list-style-type: none"> • zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite w rozwiązaniu prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • zna wzór Bayesa
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania w których występują zdarzenia niezależne
<ul style="list-style-type: none"> • zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • umie udowodnić własności prawdopodobieństwa;
<ul style="list-style-type: none"> • umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”;
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować wzór Bayesa;
<ul style="list-style-type: none"> • wie i rozumie na czym polega niezależność n zdarzeń ($n \geq 2$).
<ul style="list-style-type: none"> • Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
<ul style="list-style-type: none"> • stosuje wzór do Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności
<ul style="list-style-type: none"> • prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;
<ul style="list-style-type: none">• potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite
<ul style="list-style-type: none">• udowadnia wzór Bayesa
<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

XXIX. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

1	Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.
2	Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.
3	Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę
4	Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.
5	Gnaniastosłupy
6	Ostrosłupy
7	Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu
8	Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów
9	Przekroje wielościanów

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none">• potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none">• potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none">• rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę
<ul style="list-style-type: none">• umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny
<ul style="list-style-type: none">• umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn
<ul style="list-style-type: none">• rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny
<ul style="list-style-type: none">• zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych
<ul style="list-style-type: none">• rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną
<ul style="list-style-type: none">• rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego”

<ul style="list-style-type: none"> zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa
<ul style="list-style-type: none"> zna podział graniastosłupów
<ul style="list-style-type: none"> umie narysować siatki graniastosłupów prostych
<ul style="list-style-type: none"> potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment
<ul style="list-style-type: none"> potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment
<ul style="list-style-type: none"> zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;
<ul style="list-style-type: none"> zna podział ostrosłupów;
<ul style="list-style-type: none"> umie narysować siatki ostrosłupów prostych;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów;
<ul style="list-style-type: none"> umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów
<ul style="list-style-type: none"> umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa
<ul style="list-style-type: none"> stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa
<ul style="list-style-type: none"> oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
<ul style="list-style-type: none"> oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza objętość graniastosłupa pochyłego
<ul style="list-style-type: none"> oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę
<ul style="list-style-type: none"> potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych
<ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań
<ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii

<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego
<ul style="list-style-type: none"> • oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;
<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa
<ul style="list-style-type: none"> • przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych
<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii
<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii, w zakresie wielościanów

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> • potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń

XXX. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE

1	Walec
2	Stożek
3	Kula i sfera
4	Bryły obrotowe – zadania różne
5	Podobieństwo figur w przestrzeni
6	Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

Poziom (K)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none">zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca
<ul style="list-style-type: none">rozumie określenie “przekrój osiowy walca”
<ul style="list-style-type: none">zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka;
<ul style="list-style-type: none">rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów
<ul style="list-style-type: none">zna określenie kuli
<ul style="list-style-type: none">rozumie pojęcie objętości bryły
<ul style="list-style-type: none">umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca)

Poziom (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dostateczną**, jeśli opanował poziomy (K) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka
<ul style="list-style-type: none">stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
<ul style="list-style-type: none">wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych
<ul style="list-style-type: none">potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań

Poziom (R)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną
<ul style="list-style-type: none">potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli);
<ul style="list-style-type: none">potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań
<ul style="list-style-type: none">potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii

Poziom (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) – (R) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none">potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.)
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca)
<ul style="list-style-type: none">rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none">• potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń
<ul style="list-style-type: none">• wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego
<ul style="list-style-type: none">• rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii przestrzennej stosując analizę matematyczną